

$$\textcircled{1} \quad \text{Let } \vec{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\vec{x}' = \begin{bmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \end{bmatrix}$$

$$\vec{x}' = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 4 & 8 \end{bmatrix} \vec{x}$$

$$\textcircled{2}$$

$$\vec{x}' = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \vec{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} e^t$$

$$\begin{bmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e^t \\ -e^t \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4x + 2y \\ -x + 3y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e^t \\ -e^t \end{bmatrix}$$

$$\frac{dx}{dt} = 4x + 2y + e^t$$

$$\frac{dy}{dt} = -x + 3y - e^t$$

→

(3)

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} e^{-5t}$$

$$= \begin{bmatrix} e^{-5t} \\ 2e^{-5t} \end{bmatrix}$$

$$\vec{x}' = \begin{bmatrix} -5e^{-5t} \\ -10e^{-5t} \end{bmatrix}$$

System: $\vec{x}' = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 4 & -7 \end{bmatrix} \vec{x}$

$$\begin{aligned} LS &= \vec{x}' \\ &= \begin{bmatrix} -5e^{-5t} \\ -10e^{-5t} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} RS &= \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 4 & -7 \end{bmatrix} \vec{x} \\ &= \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 4 & -7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-5t} \\ 2e^{-5t} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 3e^{-5t} - 8e^{-5t} \\ 4e^{-5t} - 14e^{-5t} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -5e^{-5t} \\ -10e^{-5t} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$LS = RS \checkmark$$

④

$$\vec{X}_p = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} t + \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2t \\ -t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2t+5 \\ -t+1 \end{bmatrix}$$

$$\vec{X}'_p = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\text{System: } \vec{X}' = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \vec{X} + \begin{bmatrix} 2t-7 \\ -4t-18 \end{bmatrix}$$

$$\text{LS} = \vec{X}' \\ = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\text{RS} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \vec{X} + \begin{bmatrix} 2t-7 \\ -4t-18 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2t+5 \\ -t+1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2t-7 \\ -4t-18 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2t+5-4t+4 \\ 6t+15-2t+2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2t-7 \\ -4t-18 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\text{LS} = \text{RS} \checkmark$$